- Faculté des sciences
- www.unine.ch/sciences

Géométrie Riemannienne (3MT2041)

Filières concernées	Nombre d'heures	Validation	Crédits ECTS
Master en mathématiques	**Cours: 2 ph** **Exercice: 2 ph**	**oral: 30 min**	6

ph=période hebdomadaire, pg=période globale, j=jour, dj=demi-jour, h=heure, min=minute

Période d'enseignement:

- Semestre Automne

Equipe enseignante:

Professeur: Bruno Colbois

Assistante: A fixer.

Objectifs:

Les objectifs sont de comprendre comment les concepts géométriques intuitifs vus pour les surfaces se traduisent dans un contexte plus abstrait; il s'agira notamment de comprendre les nombreux exemples qui seront introduits.

Contenu:

Le calcul différentiel est un outil extrêmement puissant, et, dans un cours de géométrie différentielle, on l'applique à l'étude de la géométrie. Par exemple, comment décrire qu'une surface est courbée, comment calculer le chemin le plus court entre deux points ?

Dans ce cours, on introduit le concept de variété riemannienne, qui est une généralisation naturelle, mais plus abstraite, de la notion intuitivement bien connue de surface. Une partie importante du cours est consacrée à construire et à comprendre des exemples.

On trouvera ici http://comet.lehman.cuny.edu/sormani/research/riemgeom.html une description de la géométrie riemannienne pour non spécialistes. La géométrie différentielle et la géométrie riemannienne sont le cadre naturel pour étudier les systèmes dynamiques, notamment le flot géodésique http://www.maths-a-venir.org/2009/exposé-etienne-ghys , les surfaces minimales http://www.palais-decouverte.fr/index.php?id=1887 . La géométrie riemannienne est également un des outils mathématiques de base pour la théorie de la relativité générale http://www.astrosurf.com/luxorion/relativite-geometrie-noneuclidienne.htm.

Mots clés : variété et sous-variétés différentielles, espaces tangents, dérivée de Lie, flot d'un champ de vecteurs, métrique riemannienne, groupe de Lie, connexion de Lévi-Civita, géodésiques, flot géodésique, courbure. Exemples : espaces projectifs réels et complexes, groupe de Heisenberg, quotient par un groupe discret d'isométrie, l'espace hyperbolique http://images.math.cnrs.fr/Une-chambre-hyperbolique.html.

Table des matières.

Introduction : définitions et exemples 1.1 Rappel de calcul différentiel

1.2 Sous-variétés

1.3 Variétés

2 Espace vectoriel tangent ; champs de vecteurs

2.1 Espace vectoriel tangent

2.2 Champs de vecteurs tangents

3 Métrique riemannienne et connexion de Levi-Civita

3.1 Variété riemannienne

Géométrie Riemannienne (3MT2041)

3.2 La connexion de Levi-Civita

4 Géodésiques

4.1 Dérivée covariante

4.2 Les géodésiques

Forme de l'évaluation:

Examen oral de 30 minutes portant sur le cours et les exercices.

Documentation:

Le texte du cours sera mis à disposition après chaque séance: voir "portail des cours", IMGEORIE1213, rubrique "documents".

Références bibliographiques

W.M. Boothby, An Introduction to Differentiable Manifolfds and Riemannian Geometry, Ac. Press, 1975.

W.D. Curtis, F.R. Miller, Differential Manifolds ans Theoritical Physics, Ac. Press, 1985.

M. P. Do Carmo, Riemannian Geometry, Birkhaüser, 1992.

S. Gallot, D. Hulin, J. Lafontaine, Riemannian Geometry, Springer (différentes éditions)

J. Lafontaine, Introduction aux variétés différentielles, Presses universitaires Grenoble, 1996.

Pré-requis:

Les prérequis pour ce cours sont un bachelor de mathématique ou de physique, avec un cours de géométrie des surfaces.

Forme de l'enseignement:

Ex cathedra