- Faculté des sciences
- www.unine.ch/sciences

Géométrie Riemannienne (3MT2095)

Filières concernées	Nombre d'heures	Validation	Crédits ECTS
Master en mathématiques	**Cours: 4 ph**	**Voir ci-dessous**	6

ph=période hebdomadaire, pg=période globale, j=jour, dj=demi-jour, h=heure, min=minute

Période d'enseignement:

- Semestre Automne

Equipe enseignante

Professeur: Bruno Colbois
Assistant: Henrik Wehrheim

Contenu

Le calcul différentiel est un outil extrêmement puissant, et, dans un cours de géométrie différentielle, on l'applique à l'étude de la géométrie. Par exemple, comment décrire qu'une surface est courbée, comment calculer le chemin le plus court entre deux points ?

Dans ce cours, on introduit le concept de variété riemannienne, qui est une généralisation naturelle, mais plus abstraite, de la notion intuitivement bien connue de surface. Une partie importante du cours est consacrée à construire et à comprendre des exemples.

La géométrie différentielle et la géométrie riemannienne sont le cadre naturel pour étudier les systèmes dynamiques, voir sur youtube le film Chaos produit par J. Leys, E. Ghys, A. Alvarez (par exemple https://www.youtube.com/watch?v=hdA647Jk87E), les surfaces minimales . La géométrie riemannienne est également un des outils mathématiques de base pour la théorie de la relativité générale http://www.astrosurf.com/luxorion/relativite-geometrie-noneuclidienne.htm.

Mots clés : variété et sous-variétés différentielles, espaces tangents, dérivée de Lie, flot d'un champ de vecteurs, métrique riemannienne, groupe de Lie, connexion de Lévi-Civita, géodésiques, flot géodésique, courbure. Exemples : espaces projectifs réels et complexes, groupe de Heisenberg, quotient par un groupe discret d'isométrie, l'espace hyperbolique.

Table des matières.

1. Introduction : définitions et exemples
    - 1.1 Rappel de calcul différentiel
    - 1.2 Sous-variétés
    - 1.3 Variétés

2 Espace vectoriel tangent ; champs de vecteurs
    - 2.1 Espace vectoriel tangent
    - 2.2 Champs de vecteurs tangents

3 Métrique riemannienne et connexion de Levi-Civita
    - 3.1 Variété riemannienne
    - 3.2 La connexion de Levi-Civita

4 Géodésiques
    - 4.1 Dérivée covariante
    - 4.2 Les géodésiques

Forme de l'évaluation

Examen oral de 30 minutes portant sur le cours et les exercices. Les questions sont données à l'avance et les 20 premières minutes de l'examen sont consacrées à une présentation par l'étudiant-e de la question qu'il ou elle a tirée au sort. Les 10 dernières minutes sont consacrées à une discussions, portant notamment sur des questions liées à la présentation de l'étudiant-e

Documentation

Le texte du cours sera mis à disposition après chaque séance: voir le site moodle du cours https://moodle.unine.ch/course/view.php?id=179.
Références bibliographiques
W.M. Boothby, An Introduction to Differentiable Manifolfds and Riemannian Geometry, Ac. Press, 1975.
W.D. Curtis, F.R. Miller, Differential Manifolds ans Theoritical Physics, Ac. Press, 1985.
M. P. Do Carmo, Riemannian Geometry, Birkhaüser, 1992.
S. Gallot, D. Hulin, J. Lafontaine, Riemannian Geometry, Springer (différentes éditions)

URLs	1) https://moodle.unine.ch/course/view.php?id=8430

- Faculté des sciences
- www.unine.ch/sciences

Géométrie Riemannienne (3MT2095)

J. Lafontaine, Introduction aux variétés différentielles, Presses universitaires Grenoble, 1996.

Pré-requis

Les prérequis pour ce cours sont un bachelor de mathématique ou de physique, avec un cours de géométrie des surfaces.

Forme de l'enseignement

Ex cathedra pour le cours et interactif pour les exercices.

Objectifs d'apprentissage

Au terme de la formation l'étudiant-e doit être capable de :

- Mettre en oeuvre ses connaissances sur les surfaces acquises au cours du bachelor pour appréhender intuitivement le concept de variété riemannienne
- Illustrer au moyen d'exemples les principaux concepts vus au cours (variété, espace tangent, métrique riemannienne, connexion de Levi-Civita)
- Présenter dans le temps imparti les différentes questions de cours communiquées tout au long du semestre
- Mettre en oeuvre ses connaissances en algèbre linéaire, analyse vectorielle et topologie pour comprendre le concept de variété riemannienne
- Expliquer les principaux exemples vus au cours (sous-variétés, variétés quotients, espace projectif réel et complexe, groupe de Heisenberg, différents modèles de l'espace hyperbolique)

URLs	1) https://moodle.unine.ch/course/view.php?id=8430